

分的总面积为  $S \text{ cm}^2$ , 则  $\frac{S}{9} = 1 - 0.7$ , 解得  $S = 2.7$ . 故估计白色部分的总面积为  $2.7 \text{ cm}^2$ . 故答案为  $2.7 \text{ cm}^2$ .

9.  $\frac{1}{4}$  【解析】设每个小正方形的边长为 1, 则涂色部分的面积为  $1 \times 1 + 1 \times 2 + 1 \times 1 + 1 \times 2 = 6$ , 飞镖游戏板的面积为  $6 \times 4 = 24$ , 所以飞镖落在涂色部分的概率为  $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$ . 故答案为  $\frac{1}{4}$ .

10.  $a+b=10$  【解析】因为任意摸出一个球, 摸到黄球的概率与不是黄球的概率相同, 所以摸到黄球的概率为 0.5, 所以袋中球的总个数为  $10 \div 0.5 = 20$ , 所以  $a+b+10=20$ , 所以  $a+b=10$ , 故答案为  $a+b=10$ .

11. 【解】(1) 由题意可知一共有 9 张牌, 其中写着“手机”的有 2 张, 则抽奖得到“手机”的概率是  $\frac{2}{9}$ . 故答案为  $\frac{2}{9}$ .

(2) 根据题意设计如下: (答案不唯一)

空气炸锅	洗衣液	谢谢参与
手机	谢谢参与	护眼灯
护眼灯	谢谢参与	护眼灯

翻奖牌背面

12. 【解】(1) 由题意得, 转盘被等分成 9 份, 其中红色占 4 份, 白色占 1 份, 蓝色和黄色占 4 份, 且转盘指针指向红色时小明去, 再结合若转盘指针指向白色或分界线, 则重新转动,  $\therefore P(\text{小明去观看足球比赛}) = \frac{4}{9-1} = \frac{1}{2}$ .

### 思路分析

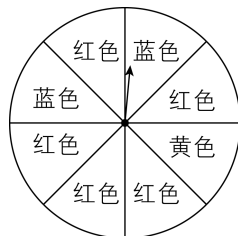
根据任意摸出一个球, 摸到黄球的概率与不是黄球的概率相同, 可知摸到黄球的概率为 0.5, 从而可以求出袋中球的总个数, 然后即可计算出  $a$  和  $b$  的关系.

### 思路分析

(1) 根据表格确定  $m, n$  满足的数量关系即可. (2) ①根据事件的性质进行解答即可; ②利用概率公式列式计算即可.

(2) 游戏规则公平. 理由如下: 由题意得, 转盘被等分成 9 份, 其中红色占 4 份, 白色占 1 份, 蓝色和黄色占 4 份, 且转盘指针指向红色时小明去, 转盘指针指向蓝色或黄色时哥哥去, 再结合若转盘指针指向白色或分界线, 则重新转动,  $\therefore P(\text{小明去观看足球比赛}) = \frac{4}{9-1} = \frac{1}{2}$ ,  $P(\text{哥哥去观看足球比赛}) = \frac{4}{9-1} = \frac{1}{2}$ .  $\therefore P(\text{小明去观看足球比赛}) = P(\text{哥哥去观看足球比赛})$ ,  $\therefore$  游戏规则公平.

(3) 如图, 将转盘等分成 8 份, 其中红色占 5 份, 蓝色和黄色占 3 份, 转动转盘, 转盘停止后, 若转盘指针指向红色, 则小明去; 若转盘指针指向蓝色或黄色, 则哥哥去; 若转盘指针指向分界线, 则重新转动. (答案不唯一)



13. (1)  $m+n=14$

(2) ① 随机

②【解】因为所有等可能的情况有 20 种, “盒中混入 1 支‘HB’铅笔”的情况有  $m$  种,

$$\text{所以 } P(\text{盒中混入 1 支“HB”铅笔}) = \frac{m}{20}.$$

$$\text{因为 } P(\text{盒中混入 1 支“HB”铅笔}) = \frac{1}{4},$$

$$\text{所以 } \frac{m}{20} = \frac{1}{4}, \text{ 所以 } m = 20 \times \frac{1}{4} = 5.$$

$$\text{因为 } m+n=14, \text{ 所以 } n=14-m=14-5=9.$$

## 第十章 不等式与不等式组

### 1 不等关系

#### 刷基础

1. B 【解析】①  $-2 \leq 0$ , ②  $3x+2y > 0$ , ⑤  $x+5 \leq 6$  是不等式. 故选 B.

2. D 【解析】根据题意得  $y-2 \leq 0$ . 故选 D.

3. (1)  $5a > 1$  (2)  $x-y < -3$  (3)  $2a+1 > 0$   
(4)  $6x+4 \geq 0$

4. C 【解析】由题意, 得  $x > 4$ . 故选 C.

5.  $0 < v \leq 5$

6. 【解】(1) 由题意得购买乙型设备  $(15-x)$  台, 则  $450x+600(15-x) \leq 7\ 200$ .

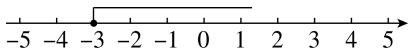
(2) 由题意得购买乙型设备  $(15-x)$  台, 则  $100x+150(15-x) > 1\ 600$ .

7. D 【解析】 $3+2=5 > 4$ , 故 A 不符合题意;  $\frac{1}{3} \times$

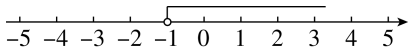
$3=1<3$ , 故 B 不符合题意;  $2\times 3-1=5>3$ , 故 C 不符合题意;  $3\times 3+2=11>10$ , 故 D 符合题意. 故选 D.

8.  $x\geq -2$  (答案不唯一)

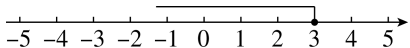
9. 【解】(1) 将  $x\geq -3$  的解集表示在数轴上如下:



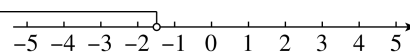
(2) 将  $x>-1$  的解集表示在数轴上如下:



(3) 将  $x\leq 3$  的解集表示在数轴上如下:



(4) 将  $x<-\frac{3}{2}$  的解集表示在数轴上如下:



**刷易错**.....

10. 【解】不正确. 理由: 因为满足  $0<x<1$  的数也是该不等式的解, 所以该不等式的解集为  $x<1$ .  $x\leq 0$  只是该不等式的解集的一部分.

## 2 不等式的基本性质

**刷基础**.....

1. **A** 【解析】A 选项,  $\because a>b, c=d, \therefore a+c>b+d$ , 故该选项符合题意; B 选项, 当  $a=2, b=1, c=d=3$  时,  $a+b<c+d$ , 故该选项不符合题意; C 选项, 当  $a=2, b=1, c=d=-3$  时,  $a+c<b-d$ , 故该选项不符合题意; D 选项, 当  $a=-1, b=-2, c=d=3$  时,  $a+b<c-d$ , 故该选项不符合题意. 故选 A.

2. **A** 【解析】 $\because m+2\ 022\leq n+2\ 022, \therefore m\leq n$ , 故 A 选项符合题意. 故选 A.

3.  $\bigcirc>\square>\triangle$  【解析】由第一个天平, 得  $\bigcirc>\square$ . 由第二个天平, 得  $\square>\triangle, \therefore \bigcirc>\square>\triangle$ , 故答案为  $\bigcirc>\square>\triangle$ .

4. 【解】两边同时减去  $2a+2b$ , 得  $b>a+1$ . 因为  $a+1>a$ , 所以  $b>a$ .

5. **B** 【解析】 $\because x<y$ , 且  $ax<ay, \therefore a>0$ , 故选 B.

6. **D** 【解析】A 选项, 由  $a>b$ , 可得  $a-1>b-1$ , 原不等式变形错误, 不符合题意; B 选项, 当  $a=0, b=-1$  时,  $a^2=0, b^2=(-1)^2=1$ , 满足  $a>b$ , 但不满足  $a^2>b^2$ , 原不等式变形错误, 不符合

### 易错警示

解题时一定要注意不等式的解是使不等式成立的未知数的值, 而不等式的解集是使不等式成立的所有解.

### 易错警示

不等式两边同时乘字母, 字母要分两种情况进行讨论, 即等于 0 和不等于 0 的情况.

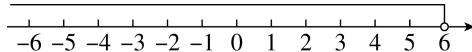
题意; C 选项, 若  $a>b$ , 则  $\frac{a}{c^2}>\frac{b}{c^2} (c\neq 0)$ , 原不等式变形错误, 不符合题意; D 选项, 若  $\frac{a}{|c|}>\frac{b}{|c|}$ , 则  $|c|>0$ , 两边同时乘正数  $|c|$ , 则  $a>b$ , 原不等式变形正确, 符合题意. 故选 D.

7. **B** 【解析】根据数轴上点的位置得  $c<0<a<b$ ,  $\therefore ab>ac, ac>bc, a+c<b+c, a+b>c+b$ . 故选 B.

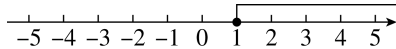
8.  $>$  【解析】 $x<y$  两边同时乘  $-2$  得  $-2x>-2y$ , 两边再同时加上 3 得  $3-2x>3-2y$ , 即  $3-2x>-2y+3$ , 故答案为  $>$ .

9.  $m<3$  【解析】 $\because$  不等式  $(m-3)x<3-m$  的两边同时除以  $(m-3)$ , 得  $x>-1$ , 不等号的方向改变,  $\therefore m-3<0, \therefore m<3$ . 故答案为  $m<3$ .

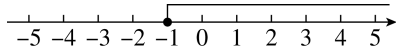
10. 【解】(1)  $-\frac{1}{3}x>-2$ , 根据不等式的基本性质 3, 两边都乘  $-3$ , 得  $x<6$ . 解集在数轴上表示如下:



(2)  $5x\geq 3+2x, 5x-2x\geq 3, 3x\geq 3, \therefore x\geq 1$ . 解集在数轴上表示如下:



(3)  $-2x+1\leq x+4, -2x-x\leq 4-1, -3x\leq 3, \therefore x\geq -1$ . 解集在数轴上表示如下:



**刷易错**.....

11. 【解】小丽的解答过程不正确. 正确的解答过程如下: 分  $a\neq 0, a=0$  两种情况进行讨论.

当  $a\neq 0$  时,  $a^2>0$ , 由  $m>n$  得  $ma^2>na^2$ .

当  $a=0$  时,  $a^2=0$ , 则  $ma^2=na^2$ .

综上所述, 当  $a\neq 0$  时,  $ma^2>na^2$ ; 当  $a=0$  时,  $ma^2=na^2$ .

**刷提升**.....

1. **B** 【解析】由条件可知  $b+c+b=c, \therefore b=0, \therefore c=a. \because a+b+c>0, \therefore 2a>0, \therefore a>0, c>0$ , 故选 B.

2. **B** 【解析】根据等式的基本性质, 将  $a+2b+2c=0$  的两边同时减  $a$ , 得  $2b+2c=-a$ . 根据不等式的基本性质 2, 将  $2a+b+c>0$  的两边同时乘 2, 得  $4a+2b+2c>0$ . 将  $2b+2c=-a$  代入  $4a+2b+2c>0$ , 得  $3a>0$ . 根据不等式的基本性质 2, 将  $3a>0$  的两边同时除以 3, 得  $a>0$ . 根据不等



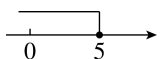
刷基础

1. **B** 【解析】A 选项,此不等式中  $\frac{2}{x}$  不是整式,

不是一元一次不等式,故不符合题意;B 选项,此不等式是一元一次不等式,故符合题意;C 选项,此不等式含有两个未知数,不是一元一次不等式,故不符合题意;D 选项,此不等式未知数的最高次数是 2,不是一元一次不等式,故不符合题意. 故选 B.

2. **C** 【解析】 $\because (a-2)x^{|a-1|}-2<0$  是关于  $x$  的一元一次不等式,  $\therefore a-2 \neq 0$  且  $|a-1|=1$ ,  $\therefore a=0$ . 故选 C.

3. **C** 【解析】原不等式去括号得  $3x-6>2x-7$ , 移项得  $3x-2x>6-7$ , 合并同类项得  $x>-1$ , 故选 C.

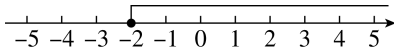
4. **C** 【解析】原不等式去分母得,  $x-1 \geq 2x-6$ , 移项得,  $x-2x \geq 1-6$ , 合并同类项得,  $-x \geq -5$ , 把  $x$  的系数化为 1 得,  $x \leq 5$ , 在数轴上表示为 , 故选 C.

5. **3** 【解析】 $2x-5 \geq 0$ , 移项得  $2x \geq 5$ , 解得  $x \geq \frac{5}{2}$ , 则不等式的最小整数解为 3. 故答案为 3.

6.  **$m>-2$**  【解析】 $4x+m+1=3x-1$ , 解得  $x=-m-2$ .  $\because$  该方程的解为负数, 即  $x<0$ ,  $\therefore -m-2<0$ , 解得  $m>-2$ .

7. **11.75** 【解析】 $\because$  输入整数  $x$  后运算进行了 2 次才输出结果  $y$ , 程序运行到“判断结果是否小于 12”为一次运算,  $\therefore \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x-4\right)-4<12$ , 解得  $x<72$ .  $\because x$  为整数,  $\therefore x$  的最大值为 71,  $\therefore y$  的最大值为  $\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times 71-4\right)-4=11.75$ . 故答案为 11.75.

8. 【解】(1)  $3x-2 \geq 2(x-2)$ , 去括号, 得  $3x-2 \geq 2x-4$ , 移项, 得  $3x-2x \geq -4+2$ , 合并同类项, 得  $x \geq -2$ . 将解集在数轴上表示如下:



(2)  $\frac{x+1}{4} \geq \frac{x}{3}$ , 去分母, 得  $3(x+1) \geq 4x$ , 去括

**关键点拨**  
观察题图中的三个跷跷板, 哪边重则往哪边下沉, 据此列不等式即可得解.

**思路分析**  
求出该方程的解, 即用含  $m$  的代数式表示该方程的解, 再根据该方程的解为负数, 即可得出关于  $m$  的一元一次不等式, 求出该不等式的解集即可.

式的基本性质 3, 将  $a>0$  的两边同时乘  $-1$ , 得  $-a<0$ . 将  $2b+2c=-a$  代入  $-a<0$ , 得  $2b+2c<0$ . 根据不等式的基本性质 2, 将  $2b+2c<0$  的两边同时除以 2, 得  $b+c<0$ . 故  $a>0, b+c<0$ . 故选 B.

3. **B** 【解析】由题图 (1) (2) 得,  $S>P>R$ ,  $\therefore S-P>0$ . 由题图 (3) 得,  $P+R>Q+S$ ,  $\therefore S-P<R-Q$ ,  $\therefore R-Q>0$ ,  $\therefore R>Q$ . 综上,  $Q<R<P<S$ . 故选 B.

4. **B** 【解析】若  $a=b$ , 则  $\frac{1}{3}a+\frac{1}{6}a=\frac{1}{2}c$ , 解得  $a=c$ , 所以甲的结论正确; 若  $c=2b$ , 则  $b=\frac{1}{2}c$ , 所以  $\frac{1}{3}a+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}c=\frac{1}{2}c$ , 解得  $a=\frac{5}{4}c$ , 所以乙的结论错误; 若  $a>b$ , 则  $b<a$ , 所以  $\frac{1}{6}b<\frac{1}{6}a$ , 则  $\frac{1}{3}a+\frac{1}{6}b<\frac{1}{3}a+\frac{1}{6}a$ , 所以  $\frac{1}{2}c<\frac{1}{3}a+\frac{1}{6}a$ , 解得  $c<a$ , 即  $a>c$ , 所以丙的结论正确; 若  $a>c$ , 则  $\frac{1}{3}a>\frac{1}{3}c$ , 所以  $\frac{1}{3}a+\frac{1}{6}b>\frac{1}{3}c+\frac{1}{6}b$ , 所以  $\frac{1}{2}c>\frac{1}{3}c+\frac{1}{6}b$ , 解得  $c>b$ , 所以丁的结论错误. 故选 B.

5.  **$\leq$**  【解析】 $\because a-b<0$ ,  $\therefore a<b$ .  $\because a+b>a-b$ ,  $\therefore 2b>0$ ,  $\therefore b>0$ .  $\because |a-b|<|a+b|$ ,  $\therefore b-a<a+b$ ,  $\therefore 2a>0$ ,  $\therefore a>0$ ,  $\therefore b>a>0$ ,  $\therefore a^2<b^2$ , 故答案为  $<$ .

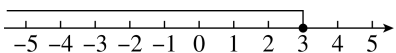
6. 【解】(1) 甲班购书总费用为  $(4m+10n)$  元, 乙班购书总费用为  $(10m+4n)$  元.  
(2)  $(4m+10n)-(10m+4n)=6(n-m)$ .  $\because m<n$ ,  $\therefore 6(n-m)>0$ ,  $\therefore 4m+10n>10m+4n$ , 即乙班购书总费用较少.

刷素养

7. (1) 【证明】 $\because a<b$ ,  $\therefore a+b<b+b$ ,  $\therefore a+b<2b$ ,  $\therefore \frac{a+b}{2}<b$ .

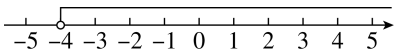
(2) 【解】 $\because a+b+c=0, 5a+3b+2c \geq 0$ ,  $\therefore 5a+3b+2c=2(a+b+c)+3a+b=3a+b \geq 0$ .  $\because a+b+c=0$ ,  $\therefore b=-a-c$ ,  $\therefore 3a+b=3a-a-c$ ,  $\therefore 2a-c \geq 0$ ,  $\therefore 2a \geq c \geq -3$ ,  $\therefore 2a \geq -3$ ,  $\therefore a \geq -\frac{3}{2}$ ,  $\therefore a$  的最小值是  $-\frac{3}{2}$ .

号,得  $3x+3 \geq 4x$ ,移项,得  $3x-4x \geq -3$ ,合并同类项,得  $-x \geq -3$ ,系数化为1,得  $x \leq 3$ . 将解集在数轴上表示如下:



### 刷易错

**9. 【解】**有错误. 正确的解答过程如下:去分母得  $2(x-1)-(3x-2) < 4$ ,去括号得  $2x-2-3x+2 < 4$ ,合并同类项得  $-x < 4$ ,系数化为1得  $x > -4$ . 把解集表示在数轴上如下.



### 刷提升

**1. C 【解析】** $\because F\{a-2, -3\} < \max\{a^2, a^2+1, -3\}$ ,且  $a^2+1 > a^2 > -3$ , $\therefore (a-2)^2 - (-3)^2 < a^2+1$ ,解得  $a > -1.5$ , $\therefore$  负整数  $a$  的值为  $-1$ . 故选 C.

**2. A 【解析】**方程组  $\begin{cases} 3x+y=1+a, \\ x+3y=3, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} x=\frac{3}{8}a, \\ y=1-\frac{1}{8}a. \end{cases}$   $\therefore 9x+9y < -2y-7$ , $\therefore \frac{27}{8}a+9\left(1-\frac{1}{8}a\right) < -2\left(1-\frac{1}{8}a\right)-7$ ,解得  $a < -9$ . 故选 A.

**3. D 【解析】**由  $\frac{x-3}{2} < -2x+a$  得  $x < \frac{2a+3}{5}$ . 由题图可知,不等式的解集为  $x < 1$ , $\therefore \frac{2a+3}{5} = 1$ , $\therefore a = 1$ . 故选 D.

**4. D 【解析】** $\because mx+n > 0$ , $\therefore mx > -n$ .  $\therefore$  不等式解集为  $x < \frac{1}{3}$ ,不等号方向改变, $\therefore m < 0$ ,故  $x < -\frac{n}{m}$ , $\therefore -\frac{n}{m} = \frac{1}{3}$ , $\therefore \frac{n}{m} = -\frac{1}{3} < 0$ .  $\therefore m < 0$ , $\therefore n > 0$ . 由  $nx-m < 0$ ,得  $x < \frac{m}{n} = -3$ , $\therefore x < -3$ . 故选 D.

**5. -3, -2, -1, 0 【解析】** $\frac{1}{2}x < -\frac{a}{6}+1$ , $\therefore x < -\frac{a}{3}+2$ .

$\therefore$  不等式的所有解都小于3, $\therefore -\frac{a}{3}+2 \leq 3$ ,解得  $a \geq -3$ , $\therefore$  所有满足条件的  $a$  的值为  $-3, -2, -1, 0$ . 故答案为  $-3, -2, -1, 0$ .

**6.  $n \leq 2$  【解析】**将  $x=3, y=5$  代入  $kx-y=1$ ,得  $3k-5=1$ ,解得  $k=2$ .  $\therefore$  当  $x > 3$  时,对于  $x$  的每

### 易错警示

在解一元一次不等式的过程中,一定要注意去分母时,左右两边需要同时乘分母的最小公倍数,分子需要加括号.

### 思路分析

用含  $a$  的式子表示出方程组的解,代入已知不等式求出  $a$  的取值范围即可.

一个值,关于  $x$  的不等式  $x+n < 2x-1$  总成立, $\therefore x > n+1$  对于  $x > 3$  恒成立, $\therefore n+1 \leq 3$ , $\therefore n \leq 2$ . 故答案为  $n \leq 2$ .

**7. 【解】**(1)解关于  $x$  的不等式  $A: 1-3x > 0$ ,得  $x < \frac{1}{3}$ ;解不等式  $B: \frac{3x+a}{2} < 1$ ,得  $x < \frac{2-a}{3}$ . 由题意得  $\frac{1}{3} = \frac{2-a}{3}$ ,解得  $a = 1$ .

(2)解不等式  $C: x+1 > mn$ ,得  $x > mn-1$ ,解不等式  $D: x-3 > m$ ,得  $x > m+3$ , $\therefore mn-1 = m+3$ , $\therefore m = \frac{4}{n-1}$ .  $\because m, n$  是正整数, $\therefore n-1 = 1$  或  $4$  或  $2$ , $\therefore m = 4, n = 2$  或  $m = 1, n = 5$  或  $m = 2, n = 3$ .

(3)解不等式  $Q: \frac{14x-1}{2} > \frac{7}{2}-2x$ ,得  $x > \frac{4}{9}$ .  $\therefore$  关于  $x$  的不等式  $P: (2a-b)x+3a-4b < 0$  和不等式  $Q: \frac{14x-1}{2} > \frac{7}{2}-2x$  是同解不等式, $\therefore 2a-b < 0$ , $\therefore$  解不等式  $P: (2a-b)x+3a-4b < 0$ ,得  $x > \frac{4b-3a}{2a-b}$ , $\therefore \frac{4b-3a}{2a-b} = \frac{4}{9}$ , $\therefore 7a = 8b$ , $\therefore b = \frac{7}{8}a$ .  $\because 2a-b < 0$ , $\therefore 2a-\frac{7}{8}a < 0$ , $\therefore a < 0$ , $\therefore a-4b = a-\frac{7}{2}a = -\frac{5}{2}a > 0$ , $\therefore (a-4b)x+2a-3b < 0$  的解集为  $x < -\frac{1}{4}$ .

### 刷素养

**8. 【解】**(1)由题意可知,  $|x| > \sqrt{3}$  的解集是  $x > \sqrt{3}$  或  $x < -\sqrt{3}$ . 故答案为  $x > \sqrt{3}$  或  $x < -\sqrt{3}$ .

(2)当  $a > 0$  时,不等式  $|x| > a$  的解集是  $x > a$  或  $x < -a$ . 故答案为  $x > a$  或  $x < -a$ .

(3)由(2)可知,不等式  $|2x+1| > \sqrt{3}$  可化为  $2x+1 > \sqrt{3}$  或  $2x+1 < -\sqrt{3}$ ,解得  $x > \frac{\sqrt{3}-1}{2}$  或  $x < \frac{-\sqrt{3}-1}{2}$ .

### 课时2 一元一次不等式的实际应用

### 刷基础

**1. B 【解析】**由关系式可知,姐姐告诉小明的内容可能是买两件等价的商品可减100元,再打七折,最后不到1200元. 故选 B.

**2. B 【解析】**设给每位老人准备用于买点心与

水果的费用为  $x$  元. 根据题意, 得  $50 \times 15 + 15x \leq 990$ , 解得  $x \leq 16$ ,  $\therefore x$  的最大值为 16, 即给每位老人准备用于买点心与水果的费用最多为 16 元. 故选 B.

**3. A** 【解析】设小明与 A 站之间的距离为  $x$  m, 则公交车与 A 站之间的距离为  $(600-x)$  m. 根据题意得  $\frac{x}{1.2} \leq \frac{600-x}{5 \times 1.2}$ , 解得  $x \leq 100$ ,  $\therefore$  小明与 A 站之间的距离最大为 100 m, 故选 A.

**4. 33** 【解析】设这个团队有  $x$  人进动物园. 根据题意得  $10x > (10-2) \times 40$ , 解得  $x > 32$ .  $\therefore x$  为正整数,  $\therefore x$  的最小值为 33,  $\therefore$  这个团队至少要有 33 人进动物园, 买 40 张门票反而合算. 故答案为 33.

**5. 【解】**(1) 设 A 型号健身器材的单价是每套  $x$  元, B 型号健身器材的单价是每套  $y$  元. 依题意得  $\begin{cases} 10x+8y=4\ 600, \\ y-x=80, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} x=220, \\ y=300. \end{cases}$

答: A 型号健身器材的单价是每套 220 元, B 型号健身器材的单价是每套 300 元.

(2) 设 A 型号健身器材购买  $m$  套, 则 B 型号健身器材购买  $(40-m)$  套. 依题意得  $220m + 300(40-m) \leq 11\ 000$ , 解得  $m \geq \frac{25}{2}$ . 又  $\therefore m$  为正整数,  $\therefore m$  的最小值为 13.

答: A 型号健身器材至少要购买 13 套.

**6. 【解】**(1) 设该经营户批发苹果  $x$  千克, 梨  $y$  千克.

由题意, 得  $\begin{cases} x+y=500, \\ 4x+3.5y=1\ 900, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} x=300, \\ y=200. \end{cases}$

答: 该经营户批发苹果 300 千克, 梨 200 千克.

(2) 设该经营户批发苹果  $m$  千克, 则批发梨  $(400-m)$  千克. 由题意, 得  $(6-4)m + (5-3.5)(400-m) \geq 675$ , 解得  $m \geq 150$ .

答: 该经营户至少批发苹果 150 千克.

### 刷提升

**1. B** 【解析】设小江从 A 地向 B 地打一次国际长途电话可以通话的时间是  $x$  min. 根据题意得  $2.4 + (x-3) \leq 10$ , 解得  $x \leq 10.6$ . 又  $\therefore x$  为整数,  $\therefore x$  的最大值为 10, 即小江从 A 地向 B 地打一次国际长途电话最多可以通话的时间是 10 min. 故选 B.

### 思路分析

设等候安检的人数每分钟增加  $x$  人, 每个安检口每分钟通过安检的人数为  $y$  人, 需要开放  $n$  个安检口, 根据题意列方程组得到  $m$  与  $x$  及  $y$  与  $x$  的关系式, 再根据 3 分钟内不出现排队现象列不等式, 即可解决问题.

### 思路分析

(2) 设 A 型号健身器材购买  $m$  套, 则 B 型号健身器材购买  $(40-m)$  套. 利用总价 = 单价  $\times$  数量, 结合总价不超过 11 000 元, 即可得出关于  $m$  的一元一次不等式, 解之即可得出  $m$  的取值范围, 再取其中的最小整数值即可得出结论.

**2. B** 【解析】目前太阳队得分为  $17 \times 2 + 13 = 34 + 13 = 47$  (分), 后面还要比赛 6 场; 月亮队得分为  $15 \times 2 + 16 = 30 + 16 = 46$  (分), 后面还要比赛 5 场,  $\therefore$  月亮队最多胜 5 场, 得分为  $46 + 2 \times 5 = 56$  (分). 设太阳队在后面的比赛中要胜  $x$  场. 根据题意列一元一次不等式可得,  $47 + 2x + (6-x) > 56$ , 解得  $x > 3$ , 取最小整数解为 4,  $\therefore$  太阳队在后面的比赛中至少要胜 4 场. 故选 B.

**3. 336** 【解析】设此车停止时与 A 地之间有  $x$  个广告牌. 根据题意, 得  $12 + 27(x-1) \leq 320 + 19$ , 解得  $x \leq 13 \frac{1}{9}$ , 即此车停止时与 A 地之间有 13 个广告牌, 并且超过第 13 个广告牌 3 千米, 所以此车在停止前经过的最后一个广告牌距离 A 地  $320 + 19 - 3 = 336$  (千米), 故答案为 336.

**4. 13** 【解析】设等候安检的人数每分钟增加  $x$  人, 每个安检口每分钟通过安检的人数为  $y$  人, 需要开放  $n$  个安检口. 根据题意得

$$\begin{cases} 25 \times 3y = m + 25x, \\ 10 \times 5y = m + 10x, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} y = \frac{3}{5}x, \\ m = 20x. \end{cases} \therefore \text{ 车站希望 3}$$

分钟内不出现排队现象,  $\therefore 3ny \geq m + 3x$ , 即  $3n \cdot \frac{3}{5}x \geq 20x + 3x$ , 解得  $n \geq \frac{115}{9}$ . 又  $\therefore n$  为正整数,  $\therefore n$  的最小值为 13,  $\therefore$  至少需要开放 13 个安检口. 故答案为 13.

**5. 【解】**(1) 设足球的单价为  $x$  元/个, 排球的单价为  $y$  元/个.

$$\text{由题意得 } \begin{cases} 3x+4y=440, \\ 4x+3y=470, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x=80, \\ y=50. \end{cases}$$

答: 足球的单价为 80 元/个, 排球的单价为 50 元/个.

(2) 设购买所需的费用为  $w$  元, 购买排球  $m$  个, 则购买足球  $(50-m)$  个.

由条件可知  $50-m \geq 3m$ , 解得  $m \leq 12.5$ .

由题意得  $w = 50m \times 0.8 + 80(50-m) \times 0.9 = -32m + 3\ 600$ .  $\therefore -32 < 0$ ,  $\therefore w$  随  $m$  的增大而减小. 又  $\therefore m$  是整数,  $\therefore$  当  $m=12$  时,  $w$  取得最小值, 最小值为 3 216, 此时  $50-m=38$ .

答: 当购买 38 个足球、12 个排球时, 所需费用最少, 最少费用为 3 216 元.

**6. 【解】**(1) 设 A、B 两种型号电风扇的销售单价分别为  $x$  元/台、 $y$  元/台.

$$\text{依题意得 } \begin{cases} 3x+4y=1\ 200, \\ 5x+6y=1\ 900, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x=200, \\ y=150. \end{cases}$$



答:A、B 两种型号电风扇的销售单价分别为 200 元/台、150 元/台.

(2) 设采购 A 种型号电风扇  $a$  台, 则采购 B 种型号电风扇  $(50-a)$  台.

依题意得  $160a+120(50-a) \leq 7\,500$ , 解得  $a \leq 37\frac{1}{2}$ .  $\because a$  是整数,  $\therefore a$  的最大值为 37.

答:A 种型号电风扇最多能采购 37 台.

(3) 能. 设采购 A 种型号电风扇  $a$  台, 则采购 B 种型号电风扇  $(50-a)$  台.

依题意得  $(200-160)a+(150-120)(50-a) > 1\,850$ , 解得  $a > 35$ .

$\because a \leq 37\frac{1}{2}$ , 且  $a$  为整数,  $\therefore$  在(2)的条件下, 超

市销售完这 50 台电风扇能实现利润超过 1 850 元的目标. 相应方案有两种: 采购 A 种型号电风扇 36 台, B 种型号电风扇 14 台; 采购 A 种型号电风扇 37 台, B 种型号电风扇 13 台.

## 4 一元一次不等式与一次函数

### 课时 1 一元一次不等式与一次函数的关系

#### 刷基础 .....

1. **C** 【解析】 $\because$  不等式  $ax+b < 0$  的解集是  $x > -2$ ,  $\therefore$  直线  $y=ax+b$  与  $x$  轴交点为  $(-2, 0)$  且  $y$  随  $x$  增大而减小, 故选 C.

2.  $x < 1$  【解析】根据函数图象可知, 不等式  $kx+4 > 2$  的解集为  $x < 1$ . 故答案为  $x < 1$ .

3. **D** 【解析】由函数图象可知, 当  $x \leq -4$  时, 函数  $y_1=ax+b$  的图象不在函数  $y_2=kx$  图象的下方, 所以关于  $x$  的不等式  $ax+b \geq kx$  的解集是  $x \leq -4$ . 故选 D.

4. **A** 【解析】把  $A(m, 4)$  代入  $y=-2x+2$  得  $-2m+2=4$ , 解得  $m=-1$ , 结合图象得当  $x > -1$  时,  $-2x+2 < kx+b$ .

5.  $x < 4$  【解析】关于  $x$  的不等式  $kx+b < 2$  的解集为直线  $y=kx+b$  在直线  $y=2$  下方时, 对应图象上点的横坐标的取值范围. 由题图可知  $x < 4$ . 故答案为  $x < 4$ .

6. 【解】(1) 将  $A(a, 3)$  代入  $y=-3x$  得,  $-3a=3$ , 解得  $a=-1$ , 所以点 A 的坐标为  $(-1, 3)$ . 将  $A(-1, 3)$  代入  $y=kx+2$  得,  $-k+2=3$ , 解得  $k=-1$ .

(2) 由(1)知,  $k=-1$ , 则  $-x+2 < 0$ , 解得  $x > 2$ .

#### 关键点拨

把  $A(m, 3)$  代入  $y=2x$ , 求出 A 点坐标, 再结合图象, 即可写出不等式  $(2-a)x-b > 0$  的解集.

#### 技巧总结

对于一次函数  $y=kx+b$  的图象, 图象在  $x$  轴上方的部分所对应的自变量的取值范围是不等式  $kx+b > 0$  的解集, 图象在  $x$  轴下方的部分所对应的自变量的取值范围是不等式  $kx+b < 0$  的解集.

(3)  $x < -1$ . 由函数图象可知, 当  $x < -1$  时, 函数  $y=kx+2$  的图象在函数  $y=-3x$  图象的下方, 即  $kx+2 < -3x$ , 所以当  $kx+2 < -3x$  时,  $x$  的取值范围是  $x < -1$ .

7. 【解】(1) 设  $y_1, y_2$  与  $x$  之间的函数关系式分别为  $y_1=kx+b, y_2=mx+n$  ( $k \neq 0, m \neq 0, k, b, m, n$  为常数).

由题图得  $\begin{cases} 10=b, \\ 60=30k+b, \end{cases} \begin{cases} 30=n, \\ 60=60m+n, \end{cases}$

解得  $\begin{cases} k=\frac{5}{3}, \\ b=10, \end{cases} \begin{cases} m=\frac{1}{2}, \\ n=30, \end{cases}$

$\therefore y_1=\frac{5}{3}x+10, y_2=\frac{1}{2}x+30$ .

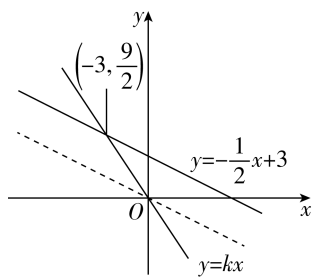
(2) 根据题意得  $\frac{5}{3}x+10=\frac{1}{2}x+30$ , 解得  $x=\frac{120}{7}$ .

$\therefore$  结合图象可知, 当温度高于  $\frac{120}{7}^\circ\text{C}$  时, 甲物质的溶解度大于乙物质的溶解度.

#### 刷提升 .....

1. **B** 【解析】 $\because (2-a)x-b > 0, \therefore 2x-ax-b > 0, \therefore 2x > ax+b, \therefore$  不等式  $(2-a)x-b > 0$  的解集与不等式  $2x > ax+b$  的解集相同.  $\because$  不等式  $2x > ax+b$  的解集是函数  $y=2x$  的图象在函数  $y=ax+b$  的图象上方时对应的自变量的取值范围,  $\therefore$  结合图象, 可得  $x > m$ . 又  $\because A(m, 3)$  在直线  $y=2x$  上,  $\therefore 2m=3, \therefore m=\frac{3}{2}, \therefore$  不等式  $(2-a)x-b > 0$  的解集为  $x > \frac{3}{2}$ . 故选 B.

2. **C** 【解析】当  $x=-3$  时,  $y=-\frac{1}{2}x+3=\frac{9}{2}$ , 即有点  $(-3, \frac{9}{2})$ . 将点  $(-3, \frac{9}{2})$  代入  $y=kx$  ( $k \neq 0$ ), 得  $\frac{9}{2}=-3k$ , 解得  $k=-\frac{3}{2}$ . 当  $k=-\frac{3}{2}$  时, 直线  $y=kx$  ( $k \neq 0$ ) 与直线  $y=-\frac{1}{2}x+3$  平行, 且在直线  $y=-\frac{1}{2}x+3$  下方.  $\therefore$  当  $x > -3$  时, 对于  $x$  的每一个值, 函数  $y=kx$  ( $k \neq 0$ ) 的值都小于函数  $y=-\frac{1}{2}x+3$  的值,  $\therefore$  如图, 结合图象可知  $-\frac{3}{2} \leq k \leq -\frac{1}{2}$ . 故选 C.



**3. B** 【解析】由题意可知,两条直线的交点的横坐标为  $x=2$ . 把  $x=2$  代入  $y_2=-x+3$ , 得  $y_2=-2+3=1$ ,  $\therefore$  两条直线的交点为  $(2,1)$ . 又  $\because$  当  $x=1$  时,  $y_1=-2$ ,  $\therefore \begin{cases} m+n=-2, \\ 2m+n=1, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} m=3, \\ n=-5, \end{cases}$   $\therefore y_1=3x-5$ . 故选 B.

**4.  $x < 4$**  【解析】当  $x=0$  时,  $y_1=ax-9=-9$ , 则  $A(0,-9)$ ; 当  $x=0$  时,  $y_2=bx-3=-3$ , 则  $B(0,-3)$ , 所以  $AB=6$ . 设点  $P$  的横坐标为  $m$ , 则  $\frac{1}{2}m \cdot 6=12$ , 解得  $m=4$ . 由图象可知, 当  $x < 4$  时,  $bx-3 > ax-9$ , 所以  $bx+6 > ax$  的解集为  $x < 4$ . 故答案为  $x < 4$ .

**5. 【解】**(1) 1 号无人机飞行的速度是  $150 \div 25 = 6$  (米/秒), 2 号无人机飞行的速度是  $150 \div 37.5 = 4$  (米/秒). 故答案为 6, 4.

(2) 设  $l_1: y_1=k_1x, l_2: y_2=k_2x+b$ . 根据题意得,  $y_1=6x, y_2=150-4x$ . 令  $6x=150-4x$ , 解得  $x=15$ ,  $\therefore$  点  $P$  的横坐标为 15,  $\therefore$  由图象可得, 当  $x > 15$  时,  $y_1 > y_2$ ,  $\therefore$  两架无人机飞行 15 秒后, 1 号无人机的高度高于 2 号无人机.

**6. 【解】**(1) 由题意得, 不等式  $kx+b > 4$  的解集是当一次函数  $y_1=kx+b (k \neq 0)$  的函数值大于 4 时对应的自变量的取值范围. 又  $\because$  一次函数  $y_1=kx+b (k \neq 0)$  的图象与  $y$  轴交于  $A(0,4)$ ,  $\therefore$  结合图象可得, 不等式  $kx+b > 4$  的解集为  $x < 0$ . 故答案为  $x < 0$ .

(2) ①由题意得, 不等式  $kx+b > 4x+m$  的解集是当一次函数  $y_1=kx+b (k \neq 0)$  的图象在一次函数  $y_2=4x+m$  的图象上方时对应的自变量的取值范围. 又  $\because$  一次函数  $y_1=kx+b (k \neq 0)$  与一次函数  $y_2=4x+m$  的图象交于点  $C$ , 且不等式  $kx+b > 4x+m$  的解集是  $x < -1$ ,  $\therefore$  点  $C$  的横坐标为  $-1$ .  $\because A(0,4), B(2,0)$  在一次函数  $y_1=kx+b$  的图象上,  $\therefore \begin{cases} b=4, \\ 2k+b=0, \end{cases} \therefore \begin{cases} k=-2, \\ b=4, \end{cases}$   $\therefore y_1=-2x+4$ . 把  $x=-1$  代入  $y_1=-2x+4$  得  $y_1=6$ ,  $\therefore C(-1,6)$ .

### 思路分析

先利用直线表达式求出点  $A, B$  的坐标, 再利用三角形面积公式求出点  $P$  的横坐标, 然后利用函数图象写出直线  $y_2=bx-3$  在直线  $y_1=ax-9$  上方所对应的自变量的取值范围即可得解.

### 关键点拨

(1) 根据图象利用速度 = 路程  $\div$  时间求解即可.

6,  $\therefore C(-1,6)$ .

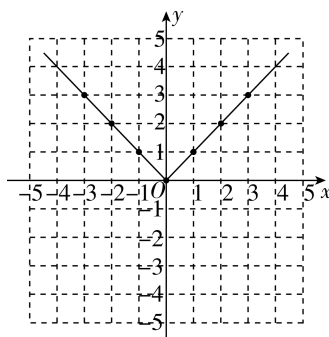
②  $\because C(-1,6)$ ,  $\therefore$  结合图象可得, 不等式  $4x+m > kx+b$  的解集为  $x > -1$ .

### 刷素养

**7. 【解】**(1) ①填表如下:

$x$	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
$y$	$\cdots$	3	2	1	0	1	2	3	$\cdots$

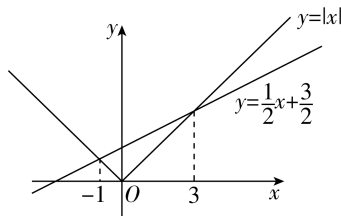
②③画函数图象如图(1)所示:



图(1)

(2) 由图象可得, 当  $x > 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大. 故答案为  $>$ .

(3) 如图(2), 在同一平面直角坐标系中画出直线  $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ , 与  $y = |x|$  的图象交点的横坐标分别为  $-1, 3$ . 由图象可得, 不等式  $|x| < \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$  的解集为  $-1 < x < 3$ . 故答案为  $-1 < x < 3$ .



图(2)

### 课时2 利用不等式解决方案选择问题

### 刷提升

**1. 【解】**(1) 由题意得  $y_1 = 48 \times 5 + (x-5) \times 12 = 12x + 180, y_2 = 48 \times 5 \times 0.9 + 12 \times 0.9x = 10.8x + 216$ .

(2) 由  $y_1 > y_2$ , 得  $12x + 180 > 10.8x + 216$ , 整理得,  $1.2x > 36$ , 解得  $x > 30$ ; 由  $y_1 = y_2$ , 得  $12x + 180 = 10.8x + 216$ , 整理得,  $1.2x = 36$ , 解得  $x = 30$ ; 由  $y_1 < y_2$ , 得  $12x + 180 < 10.8x + 216$ , 整理得,  $1.2x < 36$ , 解得  $x < 30$ . 故当  $x > 30$  时, 去乙商店购

买更划算;当  $x=30$  时,去两家商店购买一样划算;当  $5 \leq x < 30$  时,去甲商店购买更划算.

**2. 【解】**(1) 由题意得  $y_1 = 210 + 30 \times 4x = 210 + 120x$ ,  $y_2 = 30[10 + 5(x-2)] = 150x$ .

(2) 当  $y_1 > y_2$  时,  $210 + 120x > 150x$ , 解得  $x < 7$ ;

当  $y_1 = y_2$  时,  $210 + 120x = 150x$ , 解得  $x = 7$ ;

当  $y_1 < y_2$  时,  $210 + 120x < 150x$ , 解得  $x > 7$ .

所以当小明平均每天活动的时间少于 7 小时时,选择普通卡更划算;

当小明平均每天活动的时间为 7 小时时,选择两种卡一样划算;

当小明平均每天活动的时间多于 7 小时时,选择会员卡更划算.

**3. 【解】**(1) 当  $x=500$  时,方案一的最终结算价为  $120 + 500 \times 0.85 = 545$  (元),方案二的最终结算价为  $500 \times 0.95 = 475$  (元).

(2) 选择两种方案的最终结算价不可能相等. 理由如下:

当  $x \leq 800$  时,  $y_1 = 120 + 0.85x$ ,  $y_2 = 0.95x$ .

若选择两种方案的最终结算价相等,

则令  $y_1 = y_2$ , 即  $120 + 0.85x = 0.95x$ ,

解得  $x = 1\ 200$ , 与  $x \leq 800$  矛盾,

$\therefore$  当  $x \leq 800$  时,选择两种方案的最终结算价不可能相等.

(3)  $x > 800$ .

当  $x \leq 800$  时,令  $y_1 < y_2$ , 则  $120 + 0.85x < 0.95x$ , 解得  $x > 1\ 200$ , 不符合题意,舍去;

当  $x > 800$  时,  $y_1 = 120 + 0.75x$ ,

令  $y_1 < y_2$ , 则  $120 + 0.75x < 0.95x$ ,

解得  $x > 600$ , 符合题意.

综上所述,若采用方案一更合算,则  $x$  的取值范围为  $x > 800$ .

## 5 一元一次不等式组

### 刷基础

**1. D 【解析】**  $\begin{cases} 5x+2>0, \\ x-1>\frac{2}{x}, \end{cases}$  第二个不等式中的式子

不是整式,不是一元一次不等式组,故 A 选项

不符合题意;  $\begin{cases} x+1>0, \\ y-3>1, \end{cases}$  有两个未知数,不是一

### 关键点拨

先分别求出两个不等式组中的两个不等式的解集,再根据不等式组的解集确定  $a$  的取值范围.

### 思路分析

设该班有  $x$  名学生,根据题意列出关于  $x$  的一元一次不等式组,解之可得出  $x$  的取值范围,再结合  $x$  为正整数,即可得出结论.

元一次不等式组,故 B 选项不符合题意;

$\begin{cases} 2x>3, \\ x^2-x>0, \end{cases}$  未知数的最高次数是 2,不是一元一

次不等式组,故 C 选项不符合题意;

$\begin{cases} x<2, \\ x+2>-1 \end{cases}$  是一元一次不等式组,故 D 选项符

合题意. 故选 D.

**2. C 【解析】**解不等式  $2x+1 \geq 3$ , 得  $x \geq 1$ . 解不等式  $4x-1 < 7$ , 得  $x < 2$ , 则不等式组的解集为  $1 \leq x < 2$ , 故选 C.

**3. B 【解析】**  $\begin{cases} x-3(x-2) \geq 4, \textcircled{1} \\ x-3 < a, \textcircled{2} \end{cases}$  解不等式  $\textcircled{1}$ ,

得  $x \leq 1$ , 解不等式  $\textcircled{2}$ , 得  $x < a+3$ .  $\therefore$  不等式组

$\begin{cases} x-3(x-2) \geq 4, \\ x-3 < a \end{cases}$  的解集为  $x \leq 1$ ,  $\therefore a+3 > 1$ , 解

得  $a > -2$ , 故选 B.

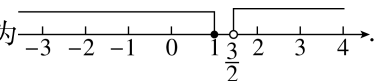
**4.  $-1 < x < 1$  【解析】** $\therefore$  代数式  $2x-1$  的值大于  $-3$

且小于 1,  $\therefore \begin{cases} 2x-1 > -3, \textcircled{1} \\ 2x-1 < 1, \textcircled{2} \end{cases}$  解不等式  $\textcircled{1}$  得  $x >$

$-1$ , 解不等式  $\textcircled{2}$  得  $x < 1$ , 故答案为  $-1 < x < 1$ .

**5. 【解】**解不等式  $\textcircled{1}$ , 得  $x > \frac{3}{2}$ . 解不等式  $\textcircled{2}$ , 得

$x \leq 1$ , 所以不等式组无解. 在数轴上表示不等

式的解集为 

**6. A 【解析】**根据题意, 得  $\begin{cases} x+55 \leq 1\ 000, \\ x+55+70 > 1\ 000, \end{cases}$  解

得  $875 < x \leq 945$ ,  $\therefore x$  的取值范围是  $875 < x \leq 945$ . 故选 A.

**7. 41 【解析】**设该班有  $x$  名学生, 则共种  $(2x+$

$39)$  棵树. 根据题意得  $\begin{cases} 2x+39 > 3(x-1), \\ 2x+39 < 3(x-1)+2, \end{cases}$  解

得  $40 < x < 42$ . 又  $\therefore x$  为正整数,  $\therefore x = 41$ , 即该班有 41 名学生. 故答案为 41.

**8.  $48 \text{ km/h} \leq v \leq 60 \text{ km/h}$  【解析】**根据题意得

$\begin{cases} 36 \times \frac{1}{60} + \frac{30}{60 \times 60} v \geq 1, \\ v \leq 60, \end{cases}$  解得  $48 \leq v \leq 60$ ,  $\therefore$  这辆

小车接下来的行驶速度  $v$  的取值范围为  $48 \text{ km/h} \leq v \leq 60 \text{ km/h}$ . 故答案为  $48 \text{ km/h} \leq v \leq 60 \text{ km/h}$ .



刷易错

9. 【解】马小虎的解法不对.

解题时,马小虎把方程组的解法机械地套用到解不等式组中,缺乏科学依据. 正确的解法:由不等式①,得  $x < 7$ ; 由不等式②,得  $x < -3$ , 所以原不等式组的解集为  $x < -3$ .

刷提升

1. A 【解析】∵ 关于  $x$  的不等式组恰有 4 个整数

解, ∴ 解关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} x-m \geq 0, \\ 2x-3 \geq 3(x-2), \end{cases}$  得  $m \leq x \leq 3$ , ∴  $-1 < m \leq 0$ .

2. B 【解析】先求出每个不等式的解集分别为

$x < \frac{a+1}{2}$ ,  $x > 2b+3$ , 由此可得此不等式组的

解集为  $2b+3 < x < \frac{a+1}{2}$ . 因为不等式组的解集

为  $-1 < x < 1$ , 所以  $2b+3 = -1$ ,  $\frac{a+1}{2} = 1$ , 解得

$a = 1, b = -2$ , 所以  $(a+1)(b-1) = -6$ .

3.  $\frac{27}{4}$  【解析】设  $\frac{a-1}{2} = \frac{b-2}{3} = \frac{3-c}{4} = k$ , 则  $a = 2k +$

$1, b = 3k + 2, c = 3 - 4k$ , ∴  $S = a + b + c = (2k + 1) +$

$(3k + 2) + (3 - 4k) = k + 6$ . ∵  $a, b, c$  为非负实数,

$S$  取最大值, ∴  $S_{\text{最大}} = \frac{3}{4} + 6 = \frac{27}{4}$ . 故答案为  $\frac{27}{4}$ .

4. 6 【解析】 $\begin{cases} x+2(x-1) \leq -5, ① \\ \frac{2k+x}{3} \leq x, ② \end{cases}$  解不等式①,

得  $x \leq -1$ , 解不等式②, 得  $x \geq k$ . ∴ 关于  $x$  的不

等式组  $\begin{cases} x+2(x-1) \leq -5, \\ \frac{2k+x}{3} \leq x \end{cases}$  无解, ∴  $k > -1$ . 解方

程  $2(y+1) + 3k = 11$ , 得  $y = \frac{9-3k}{2}$ . ∵  $y \geq 0$ ,

∴  $\frac{9-3k}{2} \geq 0$ , ∴  $k \leq 3$ , ∴  $-1 < k \leq 3$ , ∴ 整数  $k$  的

值为  $0, 1, 2, 3$ , ∴ 符合条件的所有整数  $k$  的和是  $0+1+2+3=6$ . 故答案为 6.

5.  $a \leq 2$  或  $a \geq 6$  【解析】 $\begin{cases} x-a > 0, ① \\ x-a < 1, ② \end{cases}$  由①得  $x >$

$a$ , 由②得  $x < a+1$ , ∴ 不等式组的解集为  $a < x <$

易错警示

初学解一元一次不等式组, 易与解方程组的方法混淆, 如利用加减法将两个不等式相加或相减, 求出不等式组的解集, 这样容易改变  $x$  的取值范围. 在求一元一次不等式组的解集时, 要先求出各个不等式的解集, 再找它们的公共部分, 从而确定解集.

关键点拨

先解不等式组中每个不等式的解集, 由不等式组无解确定出  $k$  的取值范围, 再结合一元一次方程的解为非负数求出满足题意的整数  $k$  的值, 然后相加即可.

$a+1$ . ∴ 不等式组  $\begin{cases} x-a > 0, \\ x-a < 1 \end{cases}$  的解集中任意一个

$x$  的值均不在  $3 \leq x \leq 6$  的范围内, ∴  $a+1 \leq 3$  或  $a \geq 6$ , 解得  $a \leq 2$  或  $a \geq 6$ , ∴  $a$  的取值范围是  $a \leq 2$  或  $a \geq 6$ . 故答案为  $a \leq 2$  或  $a \geq 6$ .

6. 【解】(1) 设甲种商品应购进  $x$  件, 乙种商品应购进  $y$  件.

根据题意得  $\begin{cases} x+y=180, \\ (20-14)x+(43-35)y=1\,240, \end{cases}$

解得  $\begin{cases} x=100, \\ y=80. \end{cases}$

答: 甲种商品应购进 100 件, 乙种商品应购进 80 件.

(2) 设甲种商品购进  $a$  件, 则乙种商品购进  $(180-a)$  件. 根据题意得

$\begin{cases} 14a+35(180-a) < 5\,040, \\ (20-14)a+(43-35)(180-a) > 1\,312, \end{cases}$

解不等式组, 得  $60 < a < 64$ ,

∴ 由题意得  $a$  取 61, 62, 63, ∴  $180-a$  对应取 119, 118, 117, ∴ 共有三种进货方案.

方案一: 甲种商品购进 61 件, 乙种商品购进 119 件; 方案二: 甲种商品购进 62 件, 乙种商品购进 118 件; 方案三: 甲种商品购进 63 件, 乙种商品购进 117 件.

设销售完这批商品获利  $w$  元, 则  $w = (20-14)a + (43-35)(180-a) = -2a + 1\,440$ .

∵  $-2 < 0$ , ∴  $w$  随  $a$  的增大而减小,

∴ 当  $a = 61$  时,  $w$  最大.

即获利最大的方案是甲种商品购进 61 件, 乙种商品购进 119 件.

刷素养

7. 【解】(1) 方程  $2x+3=1$  的解为  $x=-1$ . 当  $x=-$

$-1$  时, ①  $x - \frac{1}{2} > \frac{3}{2}$  不成立; ②  $2(x+3) < 4$  不成

立; ③  $\frac{x-1}{2} < 3$  成立,

∴ 方程  $2x+3=1$  的解是它与③  $\frac{x-1}{2} < 3$  的“理想解”.

(2) 把  $\begin{cases} x=x_0, \\ y=y_0 \end{cases}$  代入  $x-2y=4$  得  $x_0-2y_0=4$ , 则

$x_0=2y_0+4$ . 把  $x=2y_0+4, y=y_0$  代入不等式组

$\begin{cases} x > 3, \\ y < 1, \end{cases}$  得  $\begin{cases} 2y_0+4 > 3, \\ y_0 < 1, \end{cases}$  解得  $-\frac{1}{2} < y_0 < 1$ , ∴  $-1 <$

$$2y_0 < 2, \therefore 3 < x_0 < 6, \therefore 2 < x_0 + 2y_0 < 8.$$

(3)  $\because a < b < c$  且  $a + b + c = 0, \therefore a < 0, c > 0$ . 把  $x = m$  代

入方程  $ax = c$  中, 得  $m = \frac{c}{a} < 0$ . 把  $x = m$  代入不等

$$\text{式组} \begin{cases} x - 1 \geq t + s, \\ 4x - 4 \leq 2t + s, \end{cases} \text{得} \begin{cases} m \geq t + s + 1, \\ m \leq \frac{2t + s + 4}{4}, \end{cases}$$

即  $t + s + 1 \leq m \leq \frac{2t + s + 4}{4}$ .  $\therefore x = m$  恒为方程

$ax = c$  与不等式组  $\begin{cases} x - 1 \geq t + s, \\ 4x - 4 \leq 2t + s \end{cases}$  的“理想解”,

$\therefore x = m$  使  $t + s + 1 \leq m \leq \frac{2t + s + 4}{4}$  恒成立,  $\therefore t + s +$

$$1 < 0 \leq \frac{2t + s + 4}{4}, \therefore s < -t - 1 \text{ 且 } s \geq -2t - 4, t <$$

$$-s - 1 \text{ 且 } t \geq \frac{-s - 4}{2}, \therefore -t - 1 > -2t - 4, -s - 1 >$$

$$\frac{-s - 4}{2}, \text{解得 } t > -3, s < 2 \text{ 且 } t + s + 1 < 0. \dots\dots\dots \rightarrow \text{思路分析}$$

## 大招专题2 一元一次不等式(组)的含参问题



刷难关

### 大招解读 | 根据不等式(组)的解集求参数

1. 当不等式的未知数系数中不含参数时, 解题基本步骤: ①将参数看成常数解不等式; ②根据不等式的解集求出参数.

2. 当不等式的未知数系数中含有参数时, 解题基本步骤: 根据已知解集和不等式的符号方向, 确定未知数系数的正负性, 然后列出关于参数的不等式, 求出参数的取值范围.

例如: 已知关于  $x$  的不等式  $ax > b$ , 若该不等式的解集为  $x > \frac{b}{a}$ , 则  $a > 0$ ; 若该不等式的解集为  $x <$

$$\frac{b}{a}, \text{则 } a < 0.$$

3. 当不等式组的未知数系数中不含参数时, 解题基本步骤: ①将参数看成常数解不等式组; ②画出数轴, 根据“同大取大, 同小取小, 大小小大中间找, 大大小小找不到”确定参数的取值范围.

例如: 若不等式组  $\begin{cases} x > a, \\ x > b \end{cases}$  的解集为  $x > a$ , 则  $a \geq b$ ;

若不等式组  $\begin{cases} x < a, \\ x < b \end{cases}$  的解集为  $x < a$ , 则  $a \leq b$ ; 若不

等式组  $\begin{cases} x \geq a, \\ x \leq b \end{cases}$  的解集为  $a \leq x \leq b$ , 则  $a \leq b$ .

### 关键点拨

确定参数的取值范围时, 一定要注意是否包含“等于”.

### 思路分析

(2) 把  $\begin{cases} x = x_0, \\ y = y_0 \end{cases}$

代入  $x - 2y = 4$

得到  $x_0$  与  $y_0$

的关系式, 再代入不等式组

$$\begin{cases} x > 3, \\ y < 1 \end{cases} \text{求得 } y_0$$

的取值范围, 进而求得结果;

(3) 先由  $a < b < c$  且  $a + b + c = 0$  得出  $a, c$  的取值范围, 把  $x = m$  代入方程  $ax = c$

中, 得出  $m$  的取值范围, 再把  $x = m$  代入不等式组

$$\begin{cases} x - 1 \geq t + s, \\ 4x - 4 \leq 2t + s \end{cases}$$

得关于  $m$  的不等式组, 从而即可求解.

1. -1 【解析】 $\because 2x \geq a - 1, \therefore x \geq \frac{a - 1}{2}$ .  $\therefore$  不等式

$$2x \geq a - 1 \text{ 的解集是 } x \geq -1, \therefore \frac{a - 1}{2} = -1, \therefore a =$$

-1. 故答案为 -1.

2.  $a \leq 3$  【解析】 $\begin{cases} 4(x - 1) > 3x - 1, \text{①} \\ 5x > 3x + 2a, \text{②} \end{cases}$  解不等式①

得  $x > 3$ , 解不等式②得  $x > a$ .  $\therefore$  不等式组的解集是  $x > 3, \therefore a \leq 3$ . 故答案为  $a \leq 3$ .

3.  $4 \leq a < 5$  【解析】由  $\begin{cases} x - a > -1, \\ x - a \leq 2 \end{cases}$  得  $\begin{cases} x > a - 1, \\ x \leq a + 2. \end{cases}$  因

为不等式组的解集中, 任意一个  $x$  的值均在

$$3 \leq x < 7 \text{ 的范围内, 所以 } \begin{cases} a - 1 \geq 3, \\ a + 2 < 7, \end{cases} \text{解得 } 4 \leq a <$$

5. 故答案为  $4 \leq a < 5$ .

### 大招解读 | 有解无解问题

解题基本步骤: ①将参数看成常数解不等式组;

②画出数轴, 根据“同大取大, 同小取小, 大小小大中间找, 大大小小找不到”确定参数的取值范围.

例如: 1. 若不等式组  $\begin{cases} x < a, \\ x > b \end{cases}$  或  $\begin{cases} x < a, \\ x \geq b \end{cases}$  有解, 则  $a >$

$b$ ; 若不等式组  $\begin{cases} x \leq a, \\ x \geq b \end{cases}$  有解, 则  $a \geq b$ .

2. 若不等式组  $\begin{cases} x < a, \\ x > b \end{cases}$  或  $\begin{cases} x < a, \\ x \geq b \end{cases}$  无解, 则  $a \leq b$ ; 若

不等式组  $\begin{cases} x \leq a, \\ x \geq b \end{cases}$  无解, 则  $a < b$ .

4. D 【解析】 $\begin{cases} x + 1 \geq 3, \text{①} \\ 4x - 16 < -2a, \text{②} \end{cases}$  解不等式①得

$$x \geq 2, \text{解不等式②得 } x < 4 - \frac{1}{2}a. \therefore \text{关于 } x \text{ 的一}$$

$$\text{元一次不等式组 } \begin{cases} x + 1 \geq 3, \\ 4x - 16 < -2a \end{cases} \text{有解, } \therefore 4 - \frac{1}{2}a >$$

2, 解得  $a < 4$ . 故选 D.

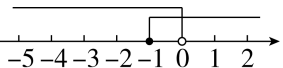
5. B 【解析】 $\begin{cases} 2y \geq k, \text{①} \\ -y > 4k - 9, \text{②} \end{cases}$  解不等式①得,  $y \geq$

$$\frac{k}{2}, \text{解不等式②得, } y < -4k + 9. \therefore \text{一元一次不等}$$

式组无解,  $\therefore \frac{k}{2} \geq -4k + 9, \therefore k \geq 2$ . 故选 B.

### 大招解读 | 整数解问题

解题基本步骤:①将参数看成常数解不等式组;  
②将解集表示在数轴上,根据整数解的情况,得到参数的取值范围.

**6. A** 【解析】 $\begin{cases} 3-(x-1) \geq 2, & ① \\ 5x-a > 4x, & ② \end{cases}$  解不等式①,得  $x \leq 2$ , 解不等式②,得  $x > a$ .  $\therefore$  该不等式组有解,  $\therefore$  不等式组的解集是  $a < x \leq 2$ .  $\therefore$  关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} 3-(x-1) \geq 2, \\ 5x-a > 4x \end{cases}$  有且只有 3 个整数解,  $\therefore$  这 3 个整数解是 0, 1, 2,  $\therefore -1 \leq a < 0$ ,  $\therefore a$  的取值范围在数轴上表示为 , 故选 A.

**7.  $a \leq 6$**  【解析】 $\begin{cases} \frac{x+3}{2} \leq 4, & ① \\ 2x-a \geq 2, & ② \end{cases}$  解不等式①,得  $x \leq 5$ , 解不等式②,得  $x \geq \frac{a+2}{2}$ .  $\therefore$  该不等式组至少有 2 个整数解,  $\therefore \frac{a+2}{2} \leq 4$ , 解得  $a \leq 6$ .

**8. 【解】**  $\begin{cases} 1-2(x-1) \leq 5, & ① \\ \frac{3x-a}{2} < x+\frac{1}{2}, & ② \end{cases}$  解不等式①,得  $x \geq -1$ , 解不等式②,得  $x < a+1$ .  $\therefore$  不等式组有解,  $\therefore$  不等式组的解集是  $-1 \leq x < a+1$ .  $\therefore$  不等式组的整数解是 -1, 0, 1, 2,  $\therefore 2 < a+1 \leq 3$ , 解得  $1 < a \leq 2$ .

### 大招解读 | 方程组与不等式组问题

解题基本步骤:①将参数看成常数解方程组;  
②根据方程组解的情况列不等式组;③解不等式组.

**9.  $a \geq 16$**  【解析】解关于  $x, y$  的二元一次方程组  $\begin{cases} 3x+y=1+a, \\ x+3y=3, \end{cases}$  得  $\begin{cases} x=\frac{3}{8}a, \\ y=\frac{8-a}{8}. \end{cases}$   $\therefore x$  是非负数,  $y$  的值不大于 -1,  $\therefore \begin{cases} \frac{3}{8}a \geq 0, \\ \frac{8-a}{8} \leq -1, \end{cases}$  解得  $a \geq 16$ .

**10. -3, -2** 【解析】 $\begin{cases} x-2y=m, & ① \\ 2x+3y=2m+4, & ② \end{cases}$  ①+②得

#### 关键点拨

根据不等式组整数解的个数得到  $a$  的取值范围是解题的关键.

#### 思路分析

解原二元一次方程组, 将  $x$  和  $y$  都用含有  $a$  的式子表示出来, 再根据  $x$  是非负数,  $y$  的值不大于 -1, 列出关于  $a$  的一元一次不等式组, 解之即可.

$3x+y=3m+4$ , ②-①得  $x+5y=m+4$ .

$\therefore \begin{cases} 3x+y \leq 0, \\ x+5y > 0, \end{cases} \therefore \begin{cases} 3m+4 \leq 0, \\ m+4 > 0, \end{cases}$  解不等式组, 得

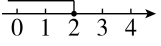
$-4 < m \leq -\frac{4}{3}$ ,  $\therefore$  整数  $m$  的值为 -3, -2. 故答案为 -3, -2.

### 全章综合训练



#### 刷中考

**1. A** 【解析】 $\therefore$  初始时, 两个玻璃杯中水的质量分别为  $a$  克和  $b$  克,  $\therefore$  加入  $c$  克水后, 两个玻璃杯中水的质量分别变为  $(a+c)$  克和  $(b+c)$  克.  $\therefore a > b$ ,  $\therefore a+c > b+c$ , 故选 A.

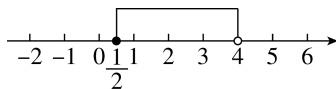
**2. C** 【解析】 $\frac{1}{2}x+1 \leq 2$ , 移项, 得  $\frac{1}{2}x \leq 2-1$ , 即  $\frac{1}{2}x \leq 1$ , 系数化为 1, 得  $x \leq 2$ , 解集在数轴上表示为 , 故选 C.

**3. B** 【解析】

选项	分析	结论
A	原不等式组的解集为 $x > 2$	不符合题意
B	原不等式组无解	符合题意
C	原不等式组的解集为 $x < -1$	不符合题意
D	原不等式组的解集为 $-1 < x < 2$	不符合题意

故选 B.

**4. 【解】**  $\begin{cases} 2x \geq 1, & ① \\ 4x-3 < x+9, & ② \end{cases}$  由①得  $x \geq \frac{1}{2}$ , 由②得  $x < 4$ , 则不等式组的解集为  $\frac{1}{2} \leq x < 4$ . 将不等式组的解集表示在数轴上如下:



**5.  $m \leq 3$**  【解析】由  $x-3 > -1$  得  $x > 2$ , 由  $-x < -m+1$  得  $x > m-1$ .  $\therefore$  不等式组的解集为  $x > 2$ ,  $\therefore m-1 \leq 2$ , 解得  $m \leq 3$ , 故答案为  $m \leq 3$ .

**6.  $-2 \leq a < -1$**  【解析】由  $2x-3 \leq 0$  得  $x \leq \frac{3}{2}$ , 由  $x-a > 0$  得  $x > a$ . 因为此不等式组恰有 3 个整数解, 所以不等式组的解集为  $a < x \leq \frac{3}{2}$ , 所以这

3 个整数解为 1, 0, -1, 所以  $-2 \leq a < -1$ .

**7. C** 【解析】设小明要答对  $x$  道题, 则答错或不答的题数为  $(20-x)$  道. 根据题意, 得  $10x - 5(20-x) \geq 80$ , 解得  $x \geq 12$ ,  $\therefore x$  的最小值为 12,  $\therefore$  他至少要答对 12 道题. 故选 C.

**8. 【解】**(1) 设 A 型挂面每袋  $x$  元, B 型挂面每袋  $y$  元. 根据题意得  $\begin{cases} 2x+2y=100, \\ 3x+2y=120, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} x=20, \\ y=30. \end{cases}$

答: A 型挂面每袋 20 元, B 型挂面每袋 30 元.

(2) 设总费用为  $w$  元, 购买 B 型挂面  $a$  袋, 则购买 A 型挂面  $(40-a)$  袋.

根据题意得  $\begin{cases} (40-a) \times 20 + 30a \leq 950, \\ a \geq 10, \end{cases}$

解得  $10 \leq a \leq 15$ ,  $\therefore$  由题意得  $a$  的值可取 10, 11, 12, 13, 14, 15. 由题意得  $w = (40-a) \times 20 + 30a = 10a + 800$ .  $\because 10 > 0$ ,  $\therefore w$  随  $a$  的增大而增大,  $\therefore a = 10$  时,  $w$  有最小值, 最小值为  $10 \times 10 + 800 = 900$ .

答: 共有 6 种购买方案, 其中最低花费 900 元.

**9. C** 【解析】把一次函数  $y = kx + b$  的图象向右平移 3 个单位得  $y = k(x-3) + b$  的图象, 点  $(-1, 0)$  向右平移 3 个单位得到点  $(2, 0)$ ,  $\therefore$  函数  $y = k(x-3) + b$  的图象与  $x$  轴的交点坐标为  $(2, 0)$ .  $\because k(x-3) + b < 0$ ,  $\therefore$  结合图象可得  $x < 2$ , 故选 C.

### 刷章测

**1. A** 【解析】移项, 得  $x > 2+3$ , 即  $x > 5$ . 故选 A.

**2. B** 【解析】设八年级有  $x$  名学生参加植树活动, 则七年级有  $(65-x)$  名学生参加植树活动. 根据题意得  $2(65-x) + 4x \geq 220$ , 解得  $x \geq 45$ ,  $\therefore x$  的最小值为 45, 即八年级学生参加活动的人数至少为 45 名. 故选 B.

**3. D** 【解析】设点 A 坐标为  $(a, 2)$ , 把  $A(a, 2)$  代入  $y = 2x$ , 得  $2a = 2$ , 解得  $a = 1$ , 则点 A 坐标为  $(1, 2)$ ,  $\therefore$  当  $x > 1$  时,  $2x > kx + b$ .  $\because$  函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的图象经过点  $B(2, 0)$ ,  $\therefore x < 2$  时,  $kx + b > 0$ ,  $\therefore$  不等式组  $0 < kx + b < 2x$  的解集为  $1 < x < 2$ . 故选 D.

**4. C** 【解析】设一个玻璃球的体积为  $x \text{ cm}^3$ . 根据题意得  $\begin{cases} 4x < 750-500, \\ 5x > 750-500, \end{cases}$  解得  $50 < x < \frac{125}{2}$ , 所以

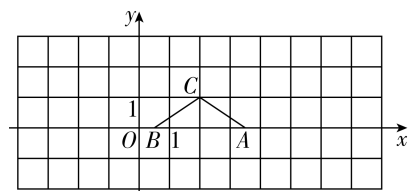
一个玻璃球的体积可能是  $55 \text{ cm}^3$ . 故选 C.

**5. B** 【解析】 $\because$  点  $A(2+a, 0)$  在点  $B(2-a, 0)$  的

右侧,  $\therefore 2+a > 2-a$ , 解得  $a > 0$ . 记  $AB, BC, AC$  所围成的区域(含边界)为区域  $M$ , 则落在区域  $M$  内横、纵坐标都为整数的点的个数为 4.

$\because A(2+a, 0), B(2-a, 0), C(2, 1)$ ,  $\therefore$  区域  $M$  的内部(不含边界)没有横、纵坐标都为整数的点,  $\therefore$  已知的 4 个横、纵坐标都为整数的点都在区域  $M$  的边界上.  $\because$  点  $C(2, 1)$  的横、纵坐标都为整数且在区域  $M$  的边界上,  $\therefore$  其他的 3 个点都在线段  $AB$  上, 如图,  $\therefore \begin{cases} 3 \leq 2+a < 4, \\ 0 < 2-a \leq 1, \end{cases}$

解得  $1 \leq a < 2$ ,  $\therefore a$  的取值范围为  $1 \leq a < 2$ . 故选 B.



**关键点拨** **6.  $15 < x < 20$**  【解析】由题意得  $x > 15$ , 且  $x < 20$ ,  $\therefore 15 < x < 20$ , 故答案为  $15 < x < 20$ .

根据题中的描述正确列出不等式是解题的关键.

**7.  $x < -2$**  【解析】 $\because 3m - 5x^{3+m} > 4$  是关于  $x$  的一元一次不等式,  $\therefore 3+m = 1$ ,  $\therefore m = -2$ ,  $\therefore -6 - 5x > 4$ ,  $\therefore$  不等式的解集是  $x < -2$ . 故答案为  $x < -2$ .

**8. ①④** 【解析】七年级(1)班有  $x$  名学生, 则这批图书有  $(2x + 48)$  本. 根据题意得  $\begin{cases} 2x+48 \geq 3(x-1)+1, \\ 2x+48 < 3(x-1)+3, \end{cases}$  解得  $48 < x \leq 50$ .  $\because x$  为整数,  $\therefore$  七年级(1)班最少有 49 名学生, 最多有 50 名学生,  $\therefore$  正确的结论是 ①④. 故答案为 ①④.

**关键点拨** **9.  $0 < \frac{1}{m} \leq \frac{1}{5}$**  【解析】解不等式  $2x+3 \geq x+m$ , 得

分别求出每一个不等式的解集, 根据口诀“大大小小找不到”并结合不等式组无解可得答案.

$x \geq m-3$ , 解不等式  $\frac{2x+5}{3} - 3 < 2-x$ , 得  $x < 2$ .  $\because$  不

等式组无解,  $\therefore m-3 \geq 2$ ,  $\therefore m \geq 5$ ,  $\therefore 0 < \frac{1}{m} \leq \frac{1}{5}$ ,

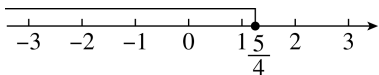
故答案为  $0 < \frac{1}{m} \leq \frac{1}{5}$ .

**10. 27** 【解析】 $\begin{cases} \frac{x-10}{5} \leq -1 - \frac{1}{5}x, & \text{①} \\ x-2 > -\frac{1}{2}m, & \text{②} \end{cases}$  由 ① 得,  $x \leq \frac{5}{2}$ ,

由 ② 得,  $x > 2 - \frac{1}{2}m$ .  $\therefore$  原不等式组有解,  $\therefore$  其解

集为  $2 - \frac{1}{2}m < x \leq \frac{5}{2}$ ,  $\therefore$  原不等式组的最大整数解为 2.  $\because$  最大整数解与最小整数解的和为 -2,  $\therefore$  原不等式组的最小整数解为 -4,  $\therefore -5 \leq 2 - \frac{1}{2}m < -4$ ,  $\therefore 12 < m \leq 14$ ,  $\therefore$  满足题意的整数  $m$  有 13, 14,  $\therefore$  所有满足题意的整数  $m$  的和为 27. 故答案为 27.

11. 【解】(1)  $\frac{y+1}{6} - \frac{2y-5}{4} \geq 1$ ,  $2(y+1) - 3(2y-5) \geq 12$ ,  $2y+2-6y+15 \geq 12$ ,  $2y-6y \geq 12-2-15$ ,  $-4y \geq -5$ ,  $y \leq \frac{5}{4}$ . 将解集表示在数轴上如下:



(2) 解不等式①得  $x > -\frac{5}{2}$ , 解不等式②得  $x \leq 4$ , 则不等式组的解集为  $-\frac{5}{2} < x \leq 4$ ,  $\therefore$  整数解为 -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4.

12. 【解】(1)  $\because m = -1, n = 1$ ,  $\therefore y_1 = -x+3-1 = -x+2, y_2 = -2x-2+2 = -2x$ . 依题意得  $-x+2 > -2x$ , 解得  $x > -2$ , 故当  $x > -2$  时,  $y_1 > y_2$ . (2) 令  $y_1 = y_2$ , 得  $mx+3n-1 = (m-1)x-2n+2$ , 解得  $x = -5n+3$ , 则  $x_A = -5n+3$ .  $\therefore -1 < x_A < 13$ ,  $\therefore -1 < -5n+3 < 13$ , 解得  $-2 < n < \frac{4}{5}$ . 又  $\because n$  是整数,  $\therefore n = -1$  或 0.

13. 【解】(1) 设特级鲜品猴头菇和特级干品猴头菇每箱的进价分别是  $x$  元和  $y$  元, 则  $\begin{cases} 3x+2y=420, \\ 4x+5y=910, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} x=40, \\ y=150, \end{cases}$  故特级鲜品猴头菇每箱进价为 40 元, 特级干品猴头菇每箱进价为 150 元.

(2) 设购进特级鲜品猴头菇  $m$  箱, 则购进特级干品猴头菇  $(80-m)$  箱, 则  $\begin{cases} (50-40)m + (80-m)(180-150) \geq 1560, \\ 80-m \leq 40, \end{cases}$  解得  $40 \leq m \leq 42$ .  $\because m$  为正整数,  $\therefore m = 40, 41, 42$ , 故该商店有三种进货方案, 分别为 ①购进特级鲜品猴头菇 40 箱, 购进特级干品

猴头菇 40 箱; ②购进特级鲜品猴头菇 41 箱, 购进特级干品猴头菇 39 箱; ③购进特级鲜品猴头菇 42 箱, 购进特级干品猴头菇 38 箱.

(3) 商店的进货方案是购进特级干品猴头菇 40 箱, 购进特级鲜品猴头菇 40 箱. 当购进特级鲜品猴头菇 40 箱, 购进特级干品猴头菇 40 箱时, 根据题意得  $(40-1) \times (50-40) + (40-1) \times (180-150) + \left(50 \cdot \frac{a}{10} - 40\right) + \left(180 \cdot \frac{a}{10} - 150\right) = 1577$ , 解得  $a = 9$ . 当购进特级鲜品猴头菇 41 箱, 购进特级干品猴头菇 39 箱时, 根据题意得  $(41-1) \times (50-40) + (39-1) \times (180-150) + \left(50 \cdot \frac{a}{10} - 40\right) + \left(180 \cdot \frac{a}{10} - 150\right) = 1577$ , 解得  $a \approx 9.9$  (是小数, 不符合要求). 当购进特级鲜品猴头菇 42 箱, 购进特级干品猴头菇 38 箱时, 根据题意得  $(42-1) \times (50-40) + (38-1) \times (180-150) + \left(50 \cdot \frac{a}{10} - 40\right) + \left(180 \cdot \frac{a}{10} - 150\right) = 1577$ , 解得  $a \approx 10.7$  (不符合要求). 综上, 商店的进货方案是购进特级干品猴头菇 40 箱, 购进特级鲜品猴头菇 40 箱.

14. 【解】(1) 不等式 B 对于不等式组 A “中点包含”. 判断过程如下:

解不等式组 A:  $\begin{cases} 2x-3>5, \\ 6-x>0, \end{cases}$  得  $4 < x < 6$ ,  $\therefore A$  的“解集中点值”为 5.  $\because 5$  在  $-1 < x \leq 5$  范围内,  $\therefore$  不等式 B 对于不等式组 A “中点包含”.

(2)  $\because$  不等式组 D 对于不等式组 C “中点包含”,  $\therefore$  不等式组 C 和不等式组 D 有解. 解不等式组 C:  $\begin{cases} 2x+7>2m+1, \\ 3x-16<9m-1, \end{cases}$  得  $\begin{cases} x>m-3, \\ x<3m+5. \end{cases}$  解不等式组 D:  $\begin{cases} x>m-4, \\ 3x-13<5m, \end{cases}$  得  $\begin{cases} x>m-4, \\ x<\frac{5m+13}{3}, \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} m-3 < 3m+5, \\ m-4 < \frac{5m+13}{3}, \end{cases}$  解得  $m > -4$ ,  $\therefore$  当  $m > -4$  时, 不等式组 C 的解集为  $m-3 < x < 3m+5$ , 不等式组

### 思路分析

(3) 先求不等式组 E 和 F 的解集, 再求不等式组 E 的“解集中点值”, 然后根据新定义得到关于  $m$  和  $n$  的不等式组, 最后根据所有符合要求的整数  $m$  之和为 9, 求出  $n$  的取值范围.

### 思路分析

(2) 设购进特级鲜品猴头菇  $m$  箱, 则购进特级干品猴头菇  $(80-m)$  箱, 根据“获利不少于 1560 元, 其中干品猴头菇不多于 40 箱”, 列出不等式组求解即可.



$D$  的解集为  $m-4 < x < \frac{5m+13}{3}$ ,  $\therefore C$  的“解集中点值”为  $\frac{m-3+3m+5}{2} = 2m+1$ .  $\therefore$  不等式组  $D$  对于不等式组  $C$  “中点包含”,  $\therefore m-4 < 2m+1 < \frac{5m+13}{3}$ , 解得  $-5 < m < 10$ . 又  $\because m > -4$ ,  $\therefore -4 < m < 10$ .

(3) 解不等式组  $E$ , 得  $2n < x < 2m$ , 解不等式组

$F$ , 得  $\frac{3n+m}{2} < x < 5+n$ , 其中  $\frac{3n+m}{2} < 5+n$ , 即  $m+n < 10$ ,  $\therefore$  不等式组  $E$  的“解集中点值”为  $n+m$ .  $\therefore$  不等式组  $F$  对于不等式组  $E$  “中点包含”,  $\therefore \frac{3n+m}{2} < n+m < 5+n$ , 解得  $n < m < 5$ .

$\therefore$  所有符合要求的整数  $m$  之和为 9,  $\therefore$  整数  $m$  可取 2, 3, 4 或 -1, 0, 1, 2, 3, 4,  $\therefore 1 \leq n < 2$  或  $-2 \leq n < -1$ .

## 第十一章 三角形的证明及其应用

### 1 三角形内角和定理

#### 课时 1 三角形内角和定理

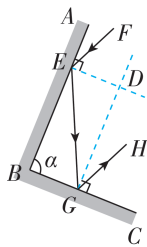
#### 刷基础

**1. B** 【解析】在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A - \angle B = \angle B - \angle C$ ,  $\therefore 2\angle B = \angle A + \angle C$ . 又  $\because \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ , 即  $2\angle B + \angle B = 180^\circ$ ,  $\therefore \angle B = 60^\circ$ . 故选 B.

**2. B** 【解析】设  $\angle A = x^\circ$ .  $\because \angle A = \frac{1}{2} \angle B = \frac{1}{3} \angle C$ ,  $\therefore \angle B = 2x^\circ$ ,  $\angle C = 3x^\circ$ . 由  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ , 得  $x + 2x + 3x = 180$ , 所以  $x = 30$ , 故  $\angle C = 30^\circ \times 3 = 90^\circ$ ,  $\therefore \triangle ABC$  是直角三角形. 故选 B.

**3. B** 【解析】 $\because \angle BAC + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ,  $\angle B + \angle C = 110^\circ$ ,  $\therefore \angle BAC = 180^\circ - (\angle B + \angle C) = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$ .  $\because AM$  平分  $\angle BAC$ ,  $\therefore \angle BAM = \frac{1}{2} \angle BAC = 35^\circ$ .  $\because MN \parallel AB$ ,  $\therefore \angle AMN = \angle BAM = 35^\circ$ .

**4. B** 【解析】分别过点  $E, G$  作  $ED \perp AB, DG \perp BC$ ,  $ED$  与  $DG$  相交于点  $D$ , 如图所示.  $\because$  反射角等于入射角,  $\therefore \angle GED = \frac{1}{2} \angle GEF$ ,  $\angle EGD = \frac{1}{2} \angle EGH$ .  $\because EF \parallel GH$ ,  $\therefore \angle GEF + \angle EGH = 180^\circ$ , 即  $2\angle GED + 2\angle EGD = 180^\circ$ ,  $\therefore \angle GED + \angle EGD = 90^\circ$ . 又  $\because \angle BEG + \angle GED = 90^\circ$ ,  $\angle BGE + \angle EGD = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle BEG + \angle BGE = 90^\circ$ ,  $\therefore \alpha = 180^\circ - (\angle BEG + \angle BGE) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ , 故选 B.



解题的关键是根据角与角之间的关系列出方程.

#### 思路分析

(2) 先求出  $\angle AFE$  的度数, 再利用三角形内角和定理求出  $\angle AEF$  的度数即可得出结论.

**5. 48** 【解析】 $\because DE \parallel BC$ ,  $\angle EDC = 29^\circ$ ,  $\angle B = 74^\circ$ ,  $\therefore \angle EDC = \angle BCD = 29^\circ$ ,  $\angle ADE = \angle B = 74^\circ$ .  $\because CD$  平分  $\angle ACB$ ,  $\therefore \angle ACB = 2\angle BCD = 58^\circ$ . 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 58^\circ$ ,  $\angle B = 74^\circ$ ,  $\therefore \angle A = 180^\circ - \angle ACB - \angle B = 180^\circ - 58^\circ - 74^\circ = 48^\circ$ , 故答案为 48.

**6. 40°** 【解析】 $\because \angle AEA' = 180^\circ - \angle A'EC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ ,  $\therefore \angle A'ED = \angle AED = \frac{1}{2} \angle AEA' = 55^\circ$ .  $\because \angle DA'E = \angle A = 55^\circ$ ,  $\therefore \angle A'DE = \angle ADE = 180^\circ - \angle A'ED - \angle DA'E = 180^\circ - 55^\circ - 55^\circ = 70^\circ$ ,  $\therefore \angle A'DB = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ = 40^\circ$ . 故答案为  $40^\circ$ .

**7. ①②** 【解析】①由  $EF \parallel AB$ , 可得  $\angle ECA = \angle A$ ,  $\angle FCB = \angle B$ . 由  $\angle ECA + \angle ACB + \angle FCB = 180^\circ$ , 得  $\angle A + \angle ACB + \angle B = 180^\circ$ , 故①能证明“三角形内角和是  $180^\circ$ ”; ②由  $FD \parallel AC$ , 得  $\angle EDF = \angle AED$ ,  $\angle A = \angle FDB$ . 由  $ED \parallel CB$ , 得  $\angle EDA = \angle B$ ,  $\angle C = \angle AED$ , 所以  $\angle C = \angle EDF$ . 由  $\angle ADE + \angle EDF + \angle FDB = 180^\circ$ , 得  $\angle B + \angle C + \angle A = 180^\circ$ , 故②能证明“三角形内角和是  $180^\circ$ ”; ③由  $CD \perp AB$  于  $D$ , 得  $\angle ADC = \angle CDB = 90^\circ$ , 无法证得三角形内角和是  $180^\circ$ , 故③不能证明“三角形内角和是  $180^\circ$ ”. 故答案为①②.

**8. (1) 【解】** $\because CA$  平分  $\angle BCD$ ,  $\angle BCD = 50^\circ$ ,  $\therefore \angle BCA = \frac{1}{2} \angle BCD = 25^\circ$ .  $\because \angle A = 25^\circ$ ,  $\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle A - \angle BCA = 130^\circ$ .  $\because \angle ABD = 70^\circ$ ,  $\therefore \angle DBC = \angle ABC - \angle ABD = 130^\circ - 70^\circ = 60^\circ$ .  $\because \angle BCD = 50^\circ$ ,  $\therefore \angle D = 180^\circ - \angle DBC - \angle BCD = 180^\circ - 60^\circ - 50^\circ = 70^\circ$ .